Simulation de corps rigides

Figure 5.1

Sir Isaac Newton (1642-1727).

Table des matières

Introduction

- Un objectif en animation consiste à créer un mouvement ayant une allure réaliste.
- Pour y arriver, il faut tenir compte de la réaction physique de corps rigides à des forces telles que la gravité, la viscosité, le frottement ainsi que les forces résultant de collisions.
- Créer des mouvements réalistes grâce à la cinématique peut être une tâche très ardue.
- La dynamique est une branche de la mécanique qui fait appel à la notion de force pour expliquer le mouvement des corps.
- Dans un système d'animation, une approche consiste à établir les forces qui interagissent avec les objets de la scène et à calculer automatiquement les réactions à ces forces.
- Cette approche permet à l'animateur de se libérer de la description des mouvements.

Difficultés rencontrées

- La simulation des corps rigides devient très complexe
  - lorsque les objets entrent en collision,
  - lorsqu'ils roulent et glissent les uns par-dessus les autres,
  - lorsque la géométrie des objets est irrégulière,
  - lorsque la répartition de la masse est irrégulière,
  - dans un environnement liquide ou gazeux,
  - etc.
- Il faut aussi prendre en compte le fait qu'en animation, on s'attaque à la modélisation d'<u>un processus continu sur des intervalles de temps discrets</u>.
- Les principes fondamentaux et les équations de base sont les mêmes en physique et en animation; toutefois, en animation, on ne s'intéresse pas seulement à l'analyse des équations de mouvement à des instants particuliers lesquels sont associés à des événements significatifs.

➡ Il faut donc trouver une équilibre entre précision et efficacité de calcul.

Difficultés rencontrées

- Les systèmes basés sur la dynamique sont généralement difficiles à utiliser pour un animateur.
- Les paramètres (forces, moments de forces, …) sont parfois difficiles à ajuster; ils ne sont pas nécessairement intuitifs pour l'animateur.
- Exigent des temps de calculs importants.

Mouvement d'une particule élémentaire : rappel des notions de base en dynamique

Tiré de
- Robert Penner, Programmation Flash MX. McGraw-Hill, 2002, chap. 8.
- Harris Benson, Physique Mécanique. Renouveau Pédagogique Inc., 1999.

Force :

- Une poussée ou une attirance dans une certaine direction.
- Une force est de nature vectorielle, avec **magnitude** et **direction**.
- Elle influence le mouvement en provoquant l'**accélération** (Newton).
- On retrouve les **forces de contact** (ressort, collision, frottement) et les **actions à distance** (aimant, gravitation).

Restriction :

En considérant uniquement des particules isolées, le mouvement étudié est un mouvement de translation seulement.

Mouvement d’une particule élémentaire

Forces fondamentales en physique :

- Forces électromagnétiques : agissent entre les électrons des atomes.
  - Nous donnent *l’illusion de solidité* dans notre monde macroscopique où <u>la matière se compose principalement d’espace vide</u>.

    Un atome se compose d’un noyau et d’électrons en orbite, séparés par une étendue relativement énorme.
  - Outre la gravité, toutes les forces que nous subissons dans notre monde macroscopique, notamment le frottement, la tension, le magnétisme et l’électricité, sont le résultat de celles-ci.
- Forces gravitationnelles
- Forces nucléaires : elles agissent au niveau de l’atome,
  nous ne les subissons donc pas directement,
  elles nous empêchent de nous dématérialiser.

Première loi de Newton :

Un corps au repos tend à rester au repos, et un corps en mouvement tend à rester en mouvement à une vitesse constante et dans la même direction, à moins qu'on ne lui applique une force extérieure.

Une accélération n'arrive pas seule; une force a agi sur l'objet.

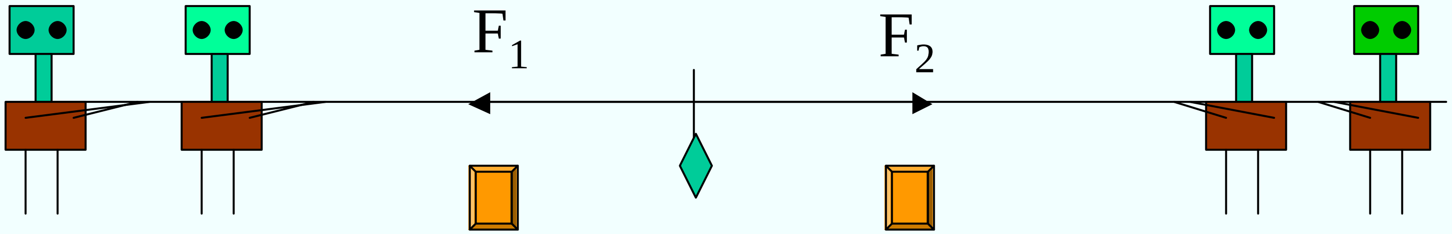
Note :

L'inertie est la résistance d'un objet au changement de vitesse.
La masse d'un corps est la mesure de son inertie.

Si un rocher est immobile, il ne se mettra pas en mouvement si on ne lui applique pas une force extérieure. S'il se déplace, il n'accélérera ou ne ralentira pas à moins qu'une force, comme le frottement ou la gravité, n'agisse sur lui.

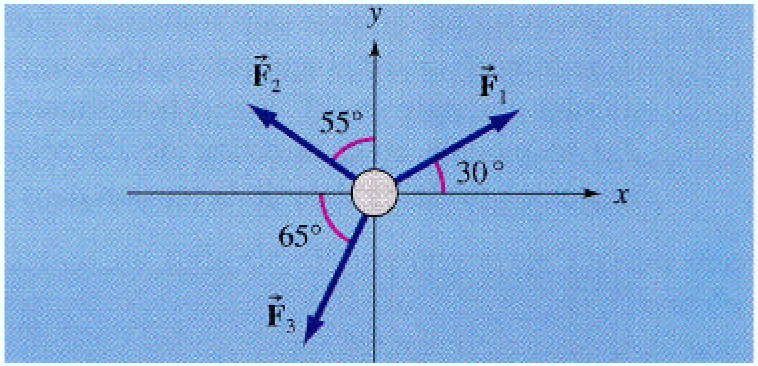
Force nette :

- Plusieurs forces peuvent agir simultanément sur un objet, dans différentes directions.
- La force nette se calcule en ajoutant tous les vecteurs de force s’appliquant à cet objet.



Jeu de tir à la corde

- Si la force nette est nulle, l’objet garde la même vitesse.
- Sinon, l’objet accélère dans la direction du vecteur de la force nette.

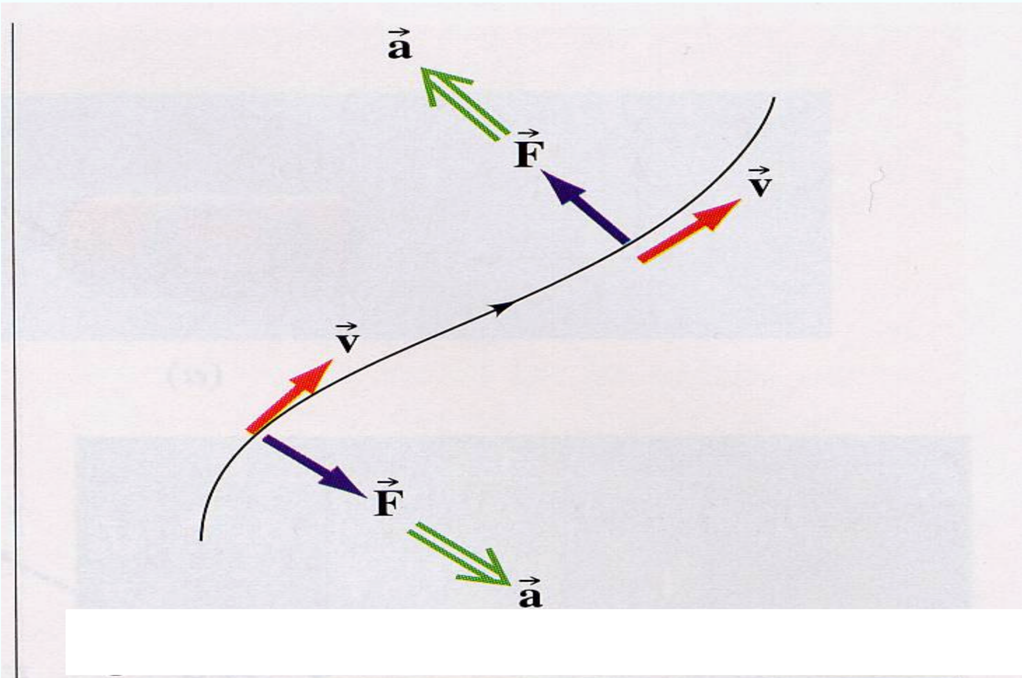


Deuxième loi de Newton :

L'accélération d'un objet produite par une force nette est directement proportionnelle à la grandeur de la force nette, dans la même direction que la force nette, et inversement proportionnelle à la masse de l'objet.

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a} = \frac{d\,(m\,\mathbf{v})}{dt}$$

force nette



En général, la direction du mouvement d'une particule (donnée par sa vitesse) ne coïncide pas avec la direction de son accélération.

Note :

Une force de 1 newton appliquée à une masse de 1 kg produit une accélération de 1 m./sec^2.

Procédure générale pour gérer un mouvement dynamique dans le cas de particules isolées :

1er cas : La force nette est constante dans le temps

1. Déterminez les forces (orientation et grandeur) agissant sur un objet.

2. Calculez la force nette **F** (orientation et grandeur) agissant sur un objet.

3. Calculez l'accélération **a** due à la force nette **F** de l'objet.

4. Tenir compte de l'accélération pour déterminer la vitesse au temps t:

   $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}\,(t - t_0)$ où $\mathbf{v_0}$ est la vitesse de l'objet au temps t_0 avant l'application de **F**.

5. Déterminer la position au temps t de l'objet :

   $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P_0} + \mathbf{v_0}\,(t - t_0) + ½\,\mathbf{a}\,(t - t_0)^2$ où $\mathbf{P_0}$ est un point de l'objet.

Note : Un choix judicieux des axes peut simplifier les calculs de la force nette.

$2^{ième}$ cas : La force nette évolue de façon discrète aux temps $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$

La force nette est constante à l'intérieur d'un intervalle.

Soit $t \in (t_i, t_{i+1}]$,

1. Déterminez les forces (orientation et grandeur) agissant sur l'objet à t_i.
2. Calculez la force nette $\mathbf{F_i}$ (orientation et grandeur) agissant sur l'objet à t_i.
3. Calculez l'accélération $\mathbf{a}_i$ due à la force nette $\mathbf{F}_i$ de l'objet.
4. Tenir compte de l'accélération pour déterminer la vitesse au temps t:

   $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}_i\,(t - t_i)$ où $\mathbf{v_i}$ est la vitesse de l'objet à t_i.

5. Déterminer la position au temps t de chaque objet :

   $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P_i} + \mathbf{v_i}(t - t_i) + \frac{1}{2}\,\mathbf{a}_i\,(t - t_i)^2$ où $\mathbf{P_i}$ est un point de l'objet à t_i.

3ième cas : La force nette évolue de façon continue dans le temps

On doit opter pour une méthode approximative comme par exemple, la méthode d'EULER :

Pour chaque valeur de $t \equiv t_i$ où $t_i = t_{i-1} + h$,

1. Déterminez les forces (orientation et grandeur) agissant sur l'objet à t_i.

2. Calculez la force nette $\mathbf{F_i}$ (orientation et grandeur) agissant sur l'objet à t_i.

3. Calculez l'accélération $\mathbf{a}_i$ due à la force nette $\mathbf{F}_i$ de l'objet à t_i.

4. Déterminer une vitesse approximative $\mathbf{v}(t_{i+1})$ à t_{i+1}:

$$\mathbf{v}(t_{i+1}) = \mathbf{v}(t_i) + h\,\mathbf{a}_i$$

5. Déterminer la position au temps t_{i+1} de chaque objet :

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P_i} + ½\,(\mathbf{v}(t_i) + \mathbf{v}(t_{i+1}))\,h$$ où $\mathbf{P_i}$ est un point de l'objet à t_i.

Forces usuelles

Frottement :

- Jusqu'à présent, nous avons travaillé dans un univers parfait où il n'existe pas de résistance nous ralentissant.
- Le frottement est une réaction au mouvement, une force qui agit dans la *direction opposée au mouvement d'un objet*.
- Le frottement est une force *de contact*; elle naît en tant que réponse au mouvement. Elle ne pousse pas spontanément les objets.
- La force de frottement est indépendante de la vitesse.
- Lorsque 2 solides sont en contact, ∃ 2 principaux types de frottement:

Frottement cinétique :

- C'est une résistance au glissement. Cela ralentit la vitesse de l'objet jusqu'à zéro mais ne provoque pas son déplacement dans la direction opposée.
- Cela ne doit pas changer la direction de la vitesse.

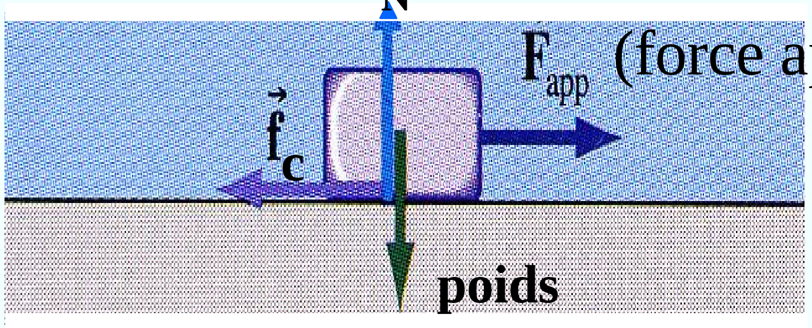
Frottement cinétique (suite) :

- La grandeur de la force de frottement cinétique est égale à :

$$f_c = \mu_c \, \| \mathbf{f_N} \|$$

où μ_c : le coefficient de frottement cinétique (entre 0 et 1 habituellement), surface de plus en plus rugueuse ($\mu_c \uparrow$) $\Rightarrow f_c \uparrow$.

$\mathbf{f_N}$: la force normale poussant les 2 surfaces l'une contre l'autre.



Exemple : une rondelle de hockey qui glisse sur la glace

La force de frottement ralentit progressivement cette rondelle.

- Un objet lourd subit plus de frottement qu'un objet léger car une plus grande force de gravité le tire contre la glace.

Frottement statique :

- Existe lorsqu'un objet est *stationnaire* sur une surface.

  Une fois que les surfaces en contact commencent à glisser l'une sur l'autre, le frottement devient cinétique.

- Il est souvent plus difficile de mettre quelque chose en mouvement que de le garder en mouvement.

  ⇒ Le frottement statique est habituellement plus fort que le frottement cinétique.

Exemple : Une luge posée sur une pente enneigée peut rester immobile à moins que vous lui appliquiez une poussée suffisante.

Sans poussée, la force de gravité la tire vers le bas mais la force de frottement entre la neige et la luge est éventuellement assez forte pour la contrer.

Frottement statique (suite) :

- La grandeur de la force de frottement statique est égale à :

$$f_s \leq \mu_s \, \| \mathbf{f_N} \|$$

où μ_s : le coefficient de frottement statique (entre 0 et 1 habituellement), surface de plus en plus rugueuse ($\mu_s \uparrow$) $\Rightarrow f_s \uparrow$.

$\mathbf{f_N}$: la force normale poussant les 2 surfaces l'une contre l'autre.

Remarque : Les relations précédentes ne sont pas tout à fait vraies.

Les coefficients précédents ne sont pas réellement constants pour une paire quelconque de surfaces mais dépendent de la rugosité, de la propreté, de la température, de l'humidité, etc.

Le frottement cinétique dépend de la vitesse et le frottement statique peut dépendre de la durée pendant laquelle les 2 surfaces sont en contact.

En présence de lubrifiants, cela devient très complexe.

Frottement interne :

- Au lieu de traiter le frottement entre solides, considérons celui vers les fluides (un gaz ou un liquide).

Exemple : le déplacement dans l'eau ou l'air.

- Plus un objet se déplace rapidement dans un fluide, plus la force de frottement interne est importante.

Exemple : en conduisant une voiture, la résistance de l'air ↑ si vous avancez plus vite.

- La mise en place d'une simulation précise de frottement interne nécessite plusieurs équations complexes.

On utilise l'approximation suivante :

> un pourcentage de vitesse perdue est fixé de sorte que la vitesse perdue est relative à la vitesse elle-même.

Force de gravité :

- Il existe entre 2 objets une force de gravité même entre 2 grains de poussière.
- Elle devient non négligeable lorsque les 2 objets ont des masses importantes.

  Exemple : Les planètes et les étoiles.

- La grandeur de la force de gravitation de Newton (1687) entre 2 masses est:

$$F_G = \frac{G\, m_1\, m_2}{r^2}$$

pour expliquer le mouvement des planètes autour du soleil

où m_1 et m_2 sont les masses des 2 corps,
r est la distance entre les centres des 2 masses,
G est la constante gravitationnelle (6.67×10^{-11} Nm^2/kg^2)

- En animation, nous sommes peu concernés par cette précision physique mais plutôt par les relations qui existent entre ces éléments.

Gravité près d'une surface :

- Sur terre, nous subissons la gravité sous forme de force constante, agissant uniquement sur l'axe vertical, ⊥ à la surface de la terre (orientée vers le centre de la terre).
- Le **poids** d'un objet est la force gravitationnelle qui agit sur lui.
- Si l'on admet que la terre est une sphère uniforme de masse m_{terre} et de rayon r_{terre}, le poids d'un objet de masse m sur la surface de la terre est :

$$F_G = G\,\frac{m_{terre}\;m}{r_{terre}^{\;2}} = m\,g$$

$g = 9.8\ m/sec^2$

- **Comment perdre du poids** ? En s'éloignant de toutes les étoiles ou planètes. Le poids peut devenir nul mais la masse ne change pas.

Expérience de Galilée : l'accélération due à la gravité est la même pour des objets de différentes tailles

2 boulets de canon de poids différents furent lâchés en même temps du haut de la tour de Pise et heurtèrent le sol en même temps.

Question ? Pourquoi une plume ne tombe pas aussi vite qu'une pierre ?

Élasticité :

- Lorsque vous tirez sur un objet élastique, vous sentez une force qui tire en sens inverse, qui vous résiste, c'est la force élastique.
- Au repos, un objet élastique est dans un état d'équilibre. L'objet peut être étiré et sorti de cet état d'équilibre.
- Plus vous étirez, plus la force élastique grandit.

Loi de Hooke

$$\mathbf{F_E} = \mathbf{-}\, k_E\, \mathbf{d}$$

La force élastique opère dans la direction opposée à l'étirement.

$\| \mathbf{d} \|$ = longueur d'étirement (m.)

constante d'élasticité (entre 0 et 1)

Robert Hooke était un confrère de Sir Isaac Newton.

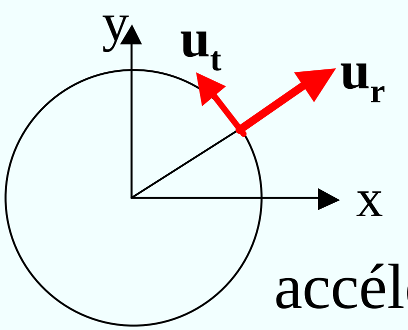
Mouvement circulaire non uniforme et force centripète :

$$\mathbf{C(t)} = \begin{pmatrix} r \cos \omega(t) \\ r \sin \omega(t) \end{pmatrix} \qquad \text{avec } \| \mathbf{C(t)} \| = r$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{V(t)} = \begin{pmatrix} - \omega'(t)\, r \sin \omega(t) \\ \omega'(t)\, r \cos \omega(t) \end{pmatrix} \qquad \text{avec } \| \mathbf{V(t)} \| = \omega'(t)\, r = v(t)$$

La vitesse peut varier en grandeur et en direction.

$$\Rightarrow \quad \mathbf{A(t)} = - \frac{v^2(t)}{r} \begin{pmatrix} \cos \omega(t) \\ \sin \omega(t) \end{pmatrix} + \frac{dv(t)}{dt} \begin{pmatrix} - \sin \omega(t) \\ \cos \omega(t) \end{pmatrix}$$



direction radiale ($\mathbf{u_r}$)

direction tangentielle ($\mathbf{u_t}$)

accélération radiale

accélération tangentielle à la trajectoire

Si $v(t) = v$ $\Rightarrow$ accélération tangentielle nulle

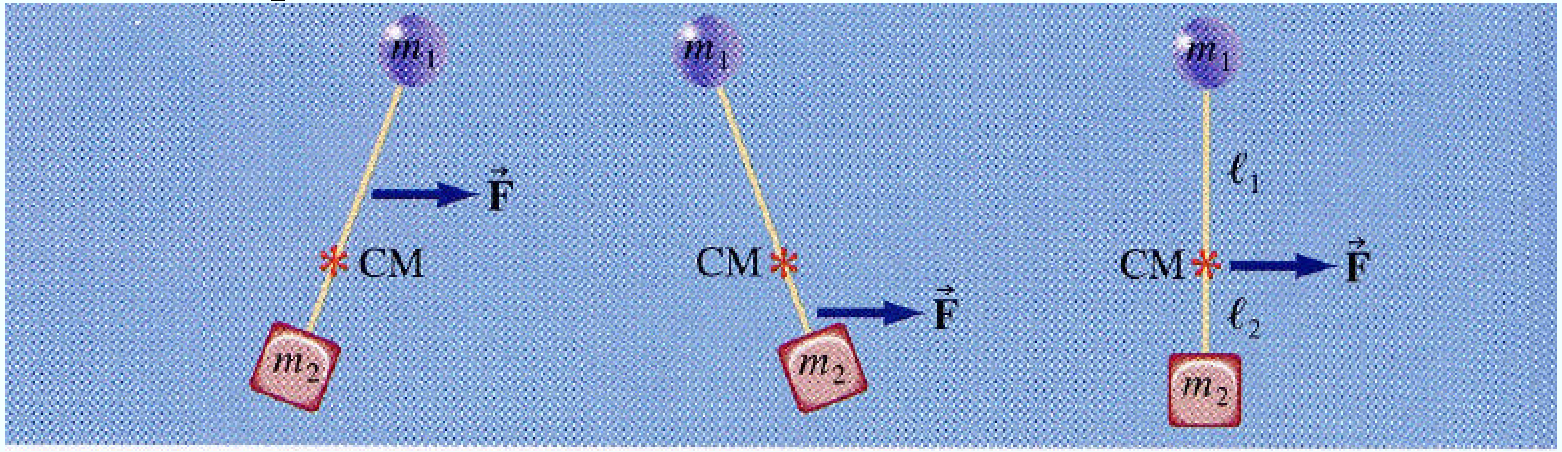
$\| \mathbf{A(t)} \| = v^2 / r$

$\Rightarrow$ force centripète orientée vers le centre du cercle

de grandeur : $m\, v^2/r$.

Mouvement d'un objet quelconque limité à une translation pure

- On peut caractériser le mouvement de translation d'un objet à l'aide d'un seul point, le centre de masse de l'objet (**CM**).
- Si la force résultante, appliquée à un objet, est directement alignée avec son centre de masse, alors le mouvement de l'objet est limité à une translation pure, sans rotation.



- Les mouvements de translation sont traités comme s'il s'agissait de particules ponctuelles dont toute la masse serait concentrée au **CM** et la force résultante appliquée à ce point.
- Le même mouvement de translation est alors appliqué à chaque point de l'objet.

Mais comment calculer le centre de masse de l'objet (**CM**) pour vérifier si nous sommes en présence d'une translation pure ?

Calcul du centre de masse de l'objet (**CM**)

1e cas : Objet homogène (masse constante sur tout son volume)

CM se situe au centre géométrique de l'objet.

$$x_{CM} = \iiint_D \frac{x\,dx\,dy\,dz}{V}$$

où V désigne le volume de l'objet

$$y_{CM} = \iiint_D \frac{y\,dx\,dy\,dz}{V}$$

$$z_{CM} = \iiint_D \frac{z\,dx\,dy\,dz}{V}$$

Bien souvent, on peut profiter de certaines propriétés symétriques de l'objet pour calculer les coordonnées de **CM** $\equiv (x_{CM}, y_{CM}, z_{CM})$ sans avoir à évaluer ces triples intégrales (sphère, cylindre, …).

Calcul du centre de masse de l'objet (**CM**) (suite)

2ième cas : Objet composé de composantes homogènes

Pour chaque composante homogène i = 1, 2, …, N,

$m_i \equiv$ masse de la i<u>ième</u> composante,

$\mathbf{p_i} \equiv$ centre de masse de la i<u>ième</u> composante,

alors

$$\mathbf{CM} \equiv \sum_{i = 1, 2, \ldots, N} m_i \, \mathbf{p_i} / M$$

où M est la masse totale de l'objet.

3ième cas : Objet non homogène

$$x_{CM} = \iiint_D x \, \frac{\rho(x, y, z)}{M} \, dx \, dy \, dz$$

$$y_{CM} = \iiint_D y \, \frac{\rho(x, y, z)}{M} \, dx \, dy \, dz$$

$$z_{CM} = \iiint_D z \, \frac{\rho(x, y, z)}{M} \, dx \, dy \, dz$$

où ρ est la densité volumique de masse ou masse par unité de volume,

et

M est la masse totale :

$$\iiint_D \rho(x,y,z) \, dx \, dy \, dz$$

Calcul du centre de masse de l'objet (**CM**) (fin)

4ième cas : Objet non homogène où la répartition de la masse (ρ) varie dans le temps

Ex. : le réservoir à essence d'un véhicule au cours d'un trajet, le lancement d'une fusée.

Bref,

- La position du **CM** d'un objet symétrique homogène se situe au centre géométrique de l'objet.
- Dans le cas d'un corps rigide composé de plusieurs morceaux symétriques, la position du **CM** est déterminée en considérant chaque morceau comme une masse ponctuelle possédant la masse du morceau et située au centre de masse du morceau.

Procédure générale pour gérer un mouvement dynamique dans le cas d'objets quelconques limités à une translation pure :

1er cas : La force nette est constante dans le temps

1. Calcul du centre de masse de l'objet (**CM**) pour s'assurer que nous sommes en présence d'une translation pure.

2. Calcul de la force externe résultante appliquée à l'objet ($\mathbf{F}_{\mathbf{ext}}$) laquelle est directement alignée avec le **CM**.

3. Calcul de $\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{F}_{\mathbf{ext}} / M$ où M est la masse de l'objet.

4. Tenir compte de l'accélération pour déterminer la vitesse au temps t:

   $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}_{\mathbf{CM}} (t - t_0)$ où $\mathbf{v_0}$ est la vitesse de l'objet au temps t_0 avant l'application de **F**.

5. Déterminer la position au temps t de chaque point de l'objet :

   $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P_0} + \mathbf{v_0} (t - t_0) + ½\, \mathbf{a} (t - t_0)^2$ où $\mathbf{P_0}$ est un point de l'objet.

6. Appliquez une translation selon $\mathbf{v_0} (t - t_0) + ½\, \mathbf{a} (t - t_0)^2$ à l'objet à t_0.

2ième cas : La force nette évolue de façon discrète aux temps $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$

La force nette est constante à l'intérieur d'un intervalle.

Soit $t \in (t_i, t_{i+1}]$,

1. Calcul du centre de masse de l'objet (**CM**) pour s'assurer que nous sommes en présence d'une translation pure.
2. Calculez la force nette $\mathbf{F_i}$ (orientation et grandeur) agissant sur un objet à t_i laquelle est directement alignée avec le **CM**.
3. Calculez l'accélération $\mathbf{a}_i$ due à la force nette $\mathbf{F}_i$ de l'objet.
4. Tenir compte de l'accélération pour déterminer la vitesse au temps t:

   $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}_i\,(t - t_i)$ où $\mathbf{v_i}$ est la vitesse de l'objet à t_i.

5. Déterminer la position au temps t de chaque point de l'objet :

   $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P_i} + \mathbf{v_i}(t - t_i) + ½\,\mathbf{a}_i\,(t - t_i)^2$ où $\mathbf{P_i}$ est un point de l'objet à t_i.

6. Appliquez une translation selon $\mathbf{v_i}(t - t_i) + ½\,\mathbf{a}_i\,(t - t_i)^2$ à l'objet à t_i.

$3^{ième}$ cas : La force nette évolue de façon continue dans le temps

On doit opter pour une méthode approximative comme par exemple, la méthode d'EULER :

Pour chaque valeur de $t \equiv t_i$ où $t_i = t_{i-1} + h$,

1. Calcul du centre de masse de l'objet (**CM**) pour s'assurer que nous sommes en présence d'une translation pure.
2. Calculez la force nette $\mathbf{F_i}$ (orientation et grandeur) agissant sur l'objet à t_i laquelle est directement alignée avec le **CM**.
3. Calculez l'accélération $\mathbf{a}_i$ due à la force nette $\mathbf{F}_i$ de l'objet à t_i.
4. Déterminer une vitesse approximative $\mathbf{v}(t_{i+1})$ à t_{i+1}:

   $$\mathbf{v}(t_{i+1}) = \mathbf{v}(t_i) + h\,\mathbf{a}_i$$
5. Déterminer la position au temps t_{i+1} de chaque point de l'objet :

   $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P_i} + ½\,(\mathbf{v}(t_i) + \mathbf{v}(t_{i+1}))\,h$ où $\mathbf{P_i}$ est un point de l'objet à t_i.
6. Appliquez une translation selon $½\,(\mathbf{v}(t_i) + \mathbf{v}(t_{i+1}))\,h$ à l'objet à t_i.

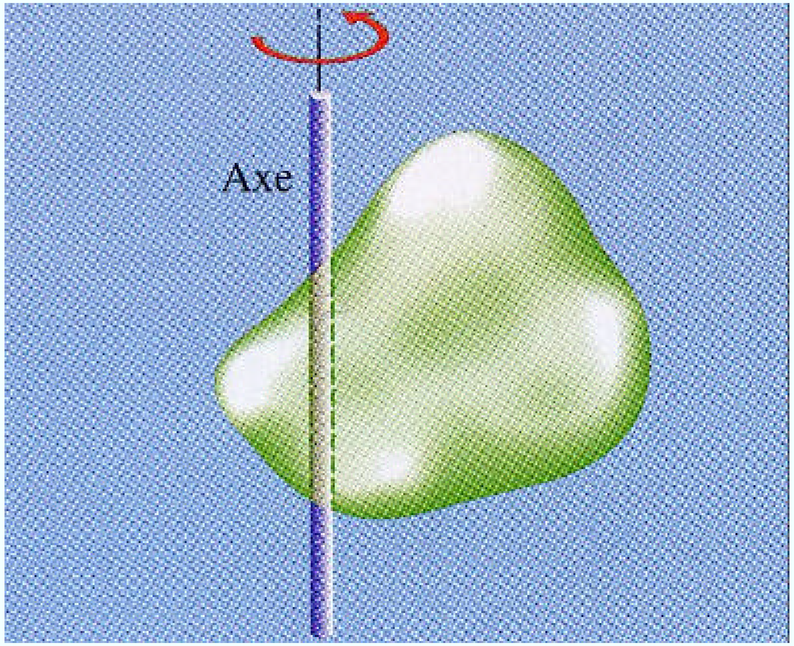
Mouvement d'un objet quelconque faisant aussi intervenir une rotation autour d'un axe fixe

- Jusqu'à maintenant, nous avons limité le mouvement d'un corps à une translation pure comme s'il s'agissait d'une particule.
- Si la force résultante, appliquée à un objet, n'est pas alignée avec son centre de masse, alors l'objet subit aussi un mouvement de rotation autour d'un axe.
- L'étude générale du mouvement de rotation est assez complexe.

  Nous allons limiter notre étude au mouvement de rotation d'un **corps rigide** autour d'un **axe fixe**.

Un axe qui reste fixe p/r au corps et dont la direction est fixe p/r à un référentiel d'inertie.

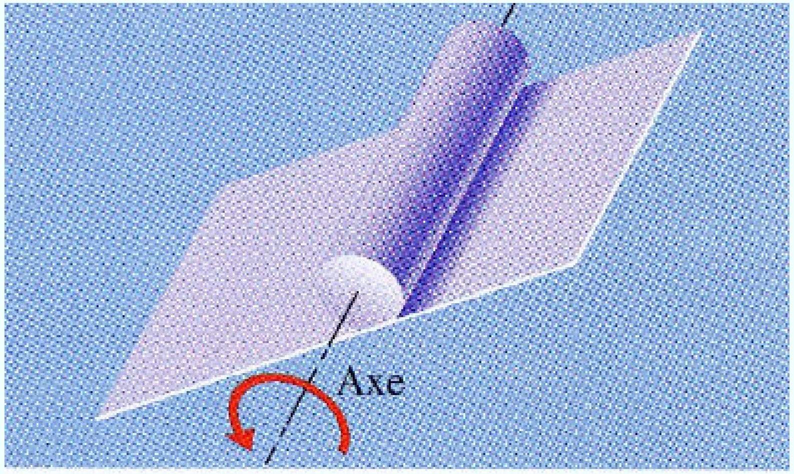
La forme et les dimensions de l'objet sont fixes (non déformables).



Axe de rotation fixe en **position** et en **direction**

Le corps est soumis à un mouvement de rotation pur (aucune translation).

Toutes les particules du corps suivent des trajectoires circulaires centrées sur l'axe de rotation.



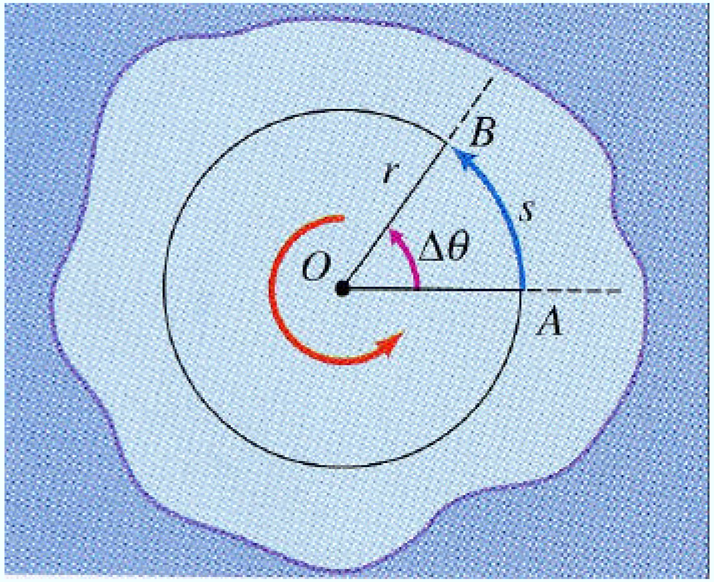
Axe de rotation fixe en **direction seulement.**

Ex. : une boule de billard qui roule sur la surface de la table.

- Avec un mouvement de translation, nous avons retenu les notions de **position linéaire**, **vitesse linéaire** et **accélération linéaire**.

Introduction de variables dites *angulaires*

- Puisque tous les points d'un corps en rotation n'ont pas la même vitesse linéaire ni la même accélération linéaire, nous allons introduire de nouvelles variables dites *angulaires* pour représenter le mouvement de rotation autour d'un axe fixe.



Rotation d'un angle Dq **autour d'un axe fixe en O.**

déplacement angulaire ≡ $\Delta\theta$

position angulaire ≡

si la position angulaire est θ_A en A alors cela est $\theta_A + \Delta\theta$ en B.

(analogue à la position linéaire en translation)

$s = r\,\Delta\theta$ où s = longueur d'arc parcourue.

Introduction de variables dites *angulaires*

Soit $\theta \equiv$ position angulaire en radian, (1 révolution $\equiv 2\pi$ radians)

$\frac{d\theta}{dt} \equiv \omega =$ vitesse angulaire instantanée dans la direction de l'axe de rotation,

$\frac{d\omega}{dt} \equiv \alpha =$ accélération angulaire instantanée,

Note : Cela peut être utile de considérer θ, ω et α comme étant des grandeurs vectorielles

(en particulier, lorsque l'axe de rotation n'est pas fixe).

À la limite, le déplacement linéaire et la longueur d'arc parcourue sont égaux :

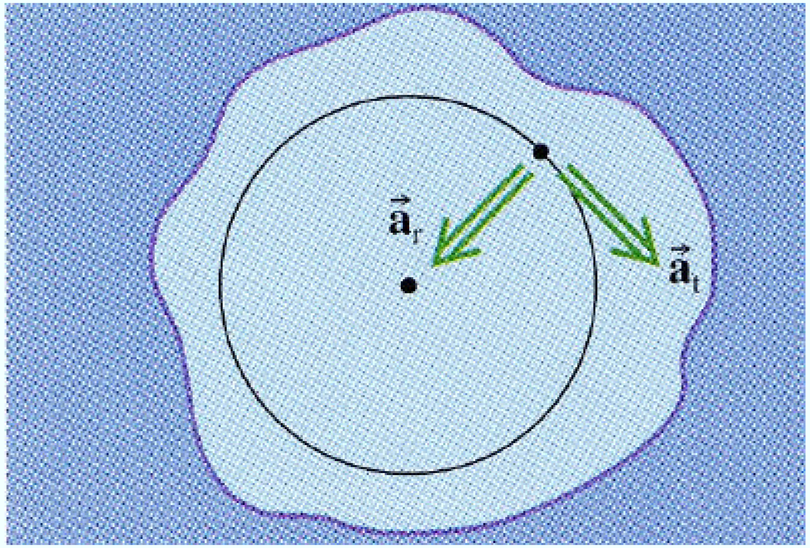
$$s = r\,\theta \;\Rightarrow\; v_t = r\,\omega \equiv \text{vitesse linéaire tangentielle.}$$

Équations de la cinématique de rotation à accélération angulaire a constante

De manière semblable au mouvement de translation lorsque l'accélération linéaire est constante, on obtient :

$$
\begin{cases}
\omega = \omega_0 + \alpha\, t \\[1em]
\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\[1em]
\omega^2 = \omega^2_0 + 2\alpha(\theta - \theta_0)
\end{cases}
$$

Accélération centripète & accélération angulaire



Lorsqu'un corps subit une accélération angulaire, l'accélération linéaire a une composante radiale et une composante tangentielle.

accélération centripète : $a_r = v_t^2 / r = r\,\omega^2$

Si l'accélération angulaire est non nulle,
l'accélération linéaire tangentielle : $a_t = dv_t / dt$ ou encore,
$a_t = r\,\alpha$

Accélération linéaire ≡ $\mathbf{a_t} + \mathbf{a_r}$

1e cas : Axe de rotation fixe en **position** et **direction**

Définition du moment d'inertie (axe de rotation fixe)

Supposons le corps constitué de particules de masse m_i, situées à des distances r_i perpendiculaires à l'axe de rotation.

Énergie cinétique totale : $K = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2$
(un scalaire)

En général, on a :
$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i \mathbf{v_i}^t \mathbf{v_i}$

Sachant que toutes les particules ont la même vitesse angulaire ω, et que $v_i = r_i\, \omega$, alors

Énergie cinétique totale : $\frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2\, \omega^2 \qquad = \frac{1}{2} I\, \omega^2$

où I est le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe donné.

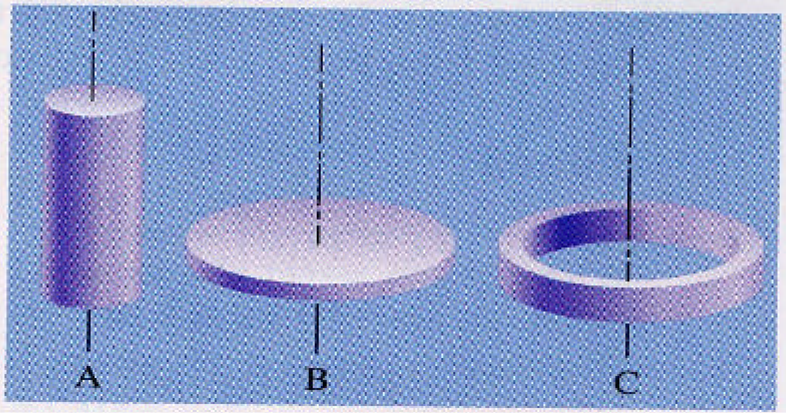
Mesure son inertie de rotation (sa résistance à toute variation de ω).

Dépend de la façon dont la masse du corps est distribuée par rapport à l'axe de rotation.

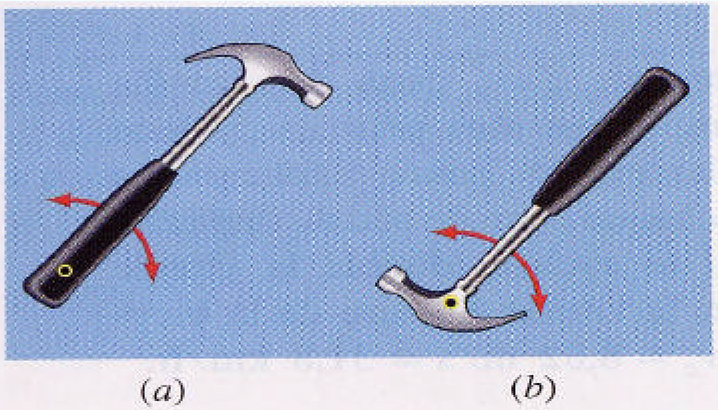
1e cas : Axe de rotation fixe en **position** et **direction**

Définition du moment d'inertie

- Si l'on compare $K = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2$ avec $K = \frac{1}{2} I \omega^2$, on constate que le moment d'inertie est analogue à une masse.
- I joue pour le mouvement de rotation le même rôle que m pour le mouvement de translation.



Cylindre, disque et anneau de la même masse. Les moments d'inertie par rapport à l'axe central dépendent de la façon dont la masse est distribuée par rapport à lui : $I_C > I_B > I_A$.



Le moment d'inertie d'un marteau par rapport à un axe passant par l'extrémité du manche (a) est plus grand que le moment d'inertie par rapport à un axe passant par la tête (b).

1e cas : Axe de rotation fixe en **position** et **direction**

Cas particulier :

Il arrive souvent qu'il est plus facile de calculer I_{CM}, le moment d'inertie par rapport à un axe parallèle à celui passant par O mais traversant le centre de masse CM.

Connaissant I_{CM}, on obtient comme moment d'inertie du corps

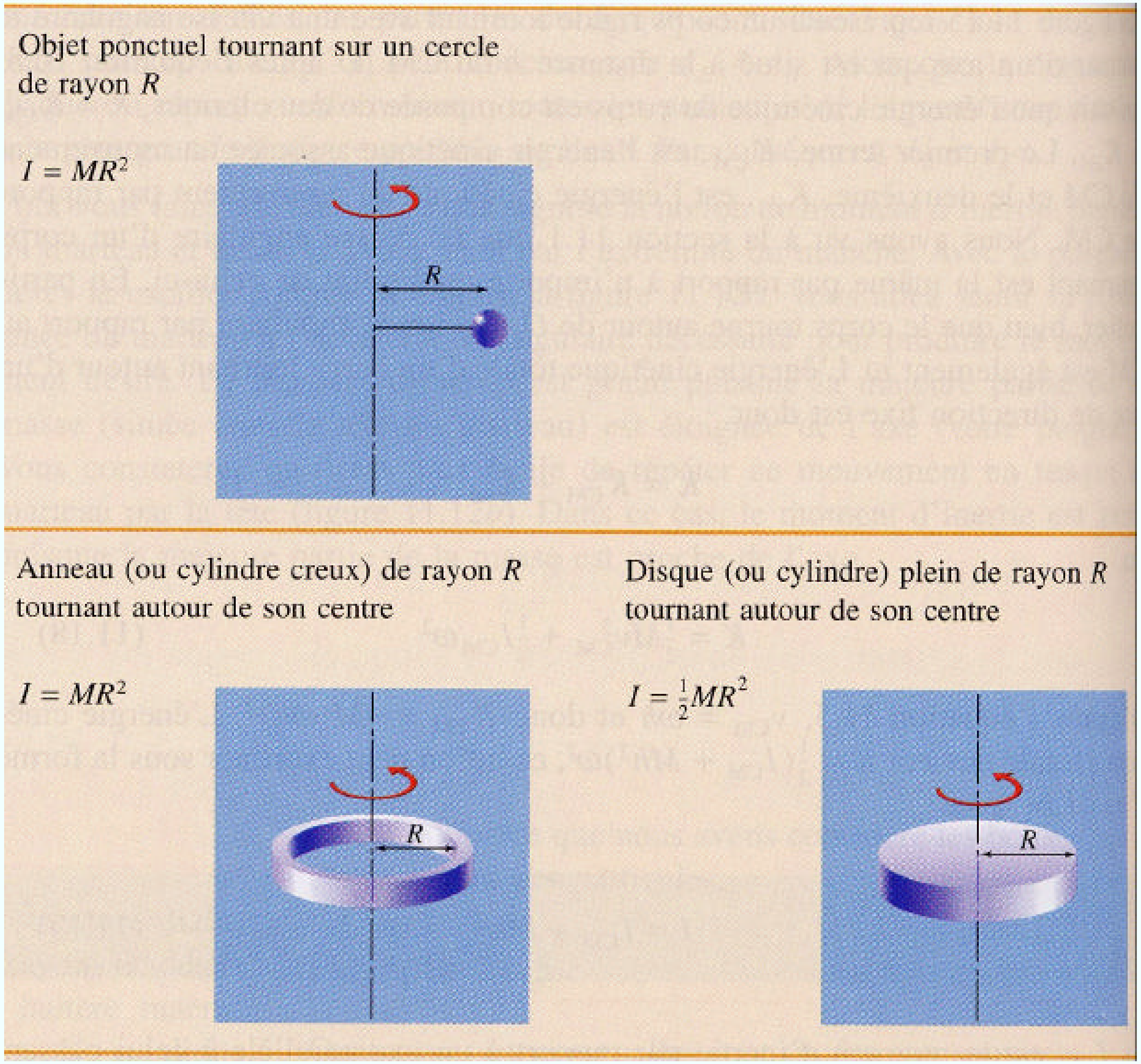
$I = I_{CM} + M h^2$ où h : distance entre les 2 axes parallèles.

Note :

- Si I_{CM} est relativement petit et h relativement élevé, on peut ignorer I_{CM}.
- I est au minimum lorsqu'il est calculé p/r à un axe passant par le centre de masse **CM**.

1e cas : Axe de rotation fixe en **position** et **direction**

Moments d'inertie de certains corps rigides homogènes de masse M



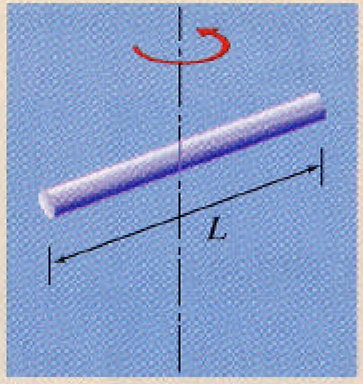
Tiré de Harris Benson, Physique Mécanique. Renouveau Pédagogique Inc., 1999.

1e cas : Axe de rotation fixe en **position** et **direction**

Moments d’inertie de certains corps rigides homogènes de masse M

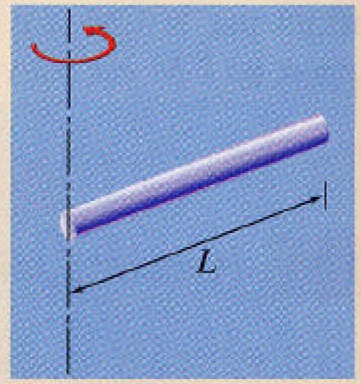
Tige de longueur L tournant autour de son centre

$I = \frac{1}{12}ML^2$



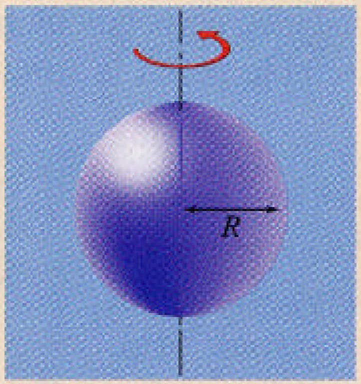
Tige de longueur L tournant autour d’une de ses extrémités

$I = \frac{1}{3}ML^2$



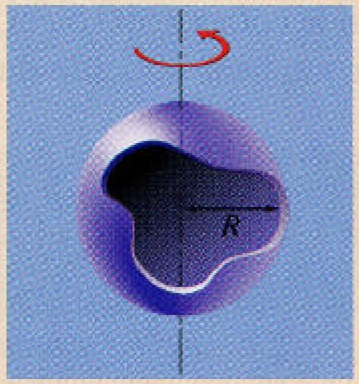
Sphère pleine de rayon R tournant autour de son centre

$I = \frac{2}{5}MR^2$



Sphère creuse (coquille) de rayon R tournant autour de son centre

$I = \frac{2}{3}MR^2$



1e cas : Axe de rotation fixe en **position** et **direction**

Définition du moment de force

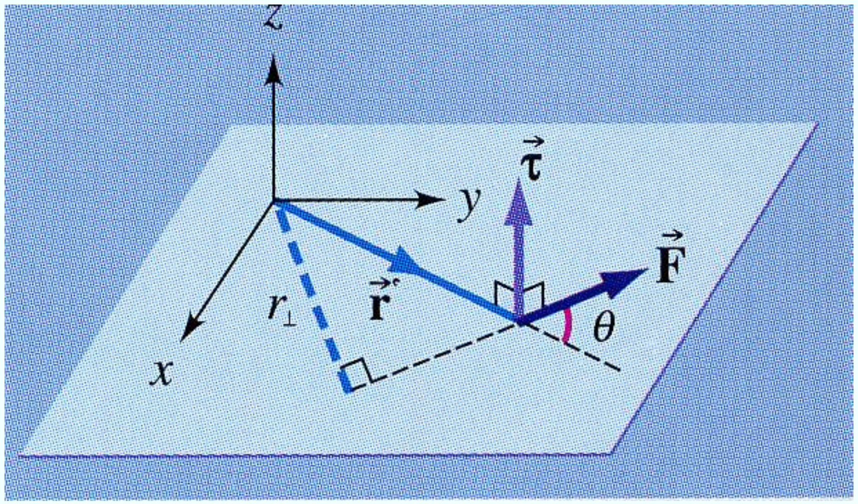
- Analogue d'une force dans le cas d'une rotation :
  une force produit une accélération linéaire et
  un moment de force produit une accélération angulaire.

- Capacité qu'a une force d'imprimer une rotation à un corps autour d'un axe :

$$t = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

- Le moment de force dépend à la fois de la direction de la force **F** et de la position **r** de son point d'application p/r à un point d'origine O.

Il ne s'agit pas de la distance ⊥ à l'axe de rotation.



Procédure générale pour gérer un mouvement dynamique dans le cas d'objets quelconques limités à une rotation pure :

À l'aide du moment d'inertie I et du moment de force τ, on obtient :

$$\tau = I\,\alpha \qquad \text{ou encore,} \qquad \alpha = \tau / I$$

où τ est le moment de force extérieur résultant sur le corps,
τ et α sont dans la direction de l'axe de rotation.

1er cas : Le moment de force net est constant dans le temps

1. Calcul du moment d'inertie (I) p/r à l'axe de rotation.
2. Calcul du moment de force externe résultant sur le corps (τ).
3. Calcul de $\alpha = \tau / I$.
4. Tenir compte de α pour déterminer la vitesse angulaire au temps t :

   $w(t) = w_{\mathbf{0}} + \alpha\,(t - t_0)$ où $w_{\mathbf{0}}$ est la vitesse angulaire du corps au temps t_0 avant l'application de **F**.
5. Déterminer la position angulaire au temps t de chaque objet :

   $q(t) = q_{\mathbf{0}} + w_{\mathbf{0}}(t - t_0) + \frac{1}{2}\,\alpha\,(t-t_0)^2$ où $q_{\mathbf{0}}$ est la position angulaire à t_0.
6. Appliquez une rotation d'un angle q(t) autour de l'axe de rotation.

2ième cas : Le moment de force net évolue de façon discrète aux temps $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$

Le moment de force net est constant à l'intérieur d'un intervalle.

3ième cas : Le moment de force net évolue de façon continue dans le temps.

Facile à adapter à partir des cas qui correspondent à une translation pure.

2e cas : Axe de rotation fixe en **direction seulement lequel passe par le centre de masse (CM)**

- Pour déterminer le mouvement de translation, on peut agir comme si la masse de l'objet était concentrée en un point, le centre de masse et toutes les forces externes étaient appliquées à ce point.

  Par conséquent, il n'y a pas de changement dans la procédure visant à déterminer le mouvement de translation.

- Pour le mouvement de rotation, le résultat précédent est encore vrai :

  À l'aide du moment d'inertie I et du moment de force τ, on obtient :

  $$\tau = I\,\alpha \qquad \text{ou encore,} \qquad \alpha = \tau / I$$

  où τ est le moment de force extérieur résultant sur le corps,
  τ et α sont dans la direction de l'axe de rotation.

- Le mouvement du corps peut être décomposé en :
  un mouvement de translation du **CM** et
  un mouvement de rotation autour du **CM**.

Rappel des notions de base en dynamique

- Cette brève présentation ne fait qu'aborder le sujet.

- Autres sujets : - mouvement dans un fluide, liquide ou gazeux,

  - mouvement dans des référentiels non inertiels,

    Exemple de référentiel non inertiel :

    - un autobus qui s'arrête,
    - un automobile dans un virage,
    - la terre en rotation sur elle-même et en orbite autour du soleil,

  - corps non rigides,
  - calcul du moment d'inertie I avec une axe de rotation quelconque laquelle ne coïncide pas nécessairement avec l'axe des x, y ou z (dans un tel cas, I est une matrice 3 x 3),
  - généralisation du résultat $t = I a$ avec une axe de rotation quelconque
  - axe de rotation non fixe,
  - etc.

Collision entre objets

- Lorsqu'une scène est dotée d'objets en mouvement, il est fort probable que, tôt ou tard, il y aura collision entre objets.
- Pour conserver le réalisme de la scène, il faut donc prendre en compte ce phénomène.
- Deux problèmes doivent être considérés :
  - Détecter l'occurrence d'une collision.

    Problème d'ordre **<u>cinématique</u>** dans le sens où il porte sur les positions et les orientations des objets et leur évolution au fil du temps.

    Problème d'ordre **<u>géométrique</u>** pour déterminer si 2 objets peuvent se toucher et si oui, à quel moment ?

    <u>Forme la plus simple</u> : existe-t-il une une intersection dans la position statique de 2 objets à un instant t ?

Collision entre objets

<u>Forme plus élaborée</u> : recherche d'une zone commune lors du déplacement d'un objet par rapport à un autre dans un intervalle de temps donné.

À chaque pas temporel, chaque objet est testé à la recherche d'une éventuelle pénétration avec un autre objet.

À l'intérieur d'un pas temporel, il peut y avoir plusieurs collisions : on peut décider de négliger ce fait ou de les recenser toutes et de sélectionner la 1ière rencontrée.

⇒ Calculs très élaborés lorsqu'on a affaire à des situations géométriques complexes.

Collision entre objets

- Calculer la réponse appropriée à cette collision.

Problème d'ordre **dynamique** dans le sens où les forces qui résultent de la collision sont calculées et utilisées pour produire de nouveaux mouvements liés aux objets concernés.

L'étendue géométrique d'un objet est sans importance, ce qui compte est la répartition de sa masse.

Pour effectuer ces calculs, on doit introduire la notion de quantité de mouvement :

$$\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$$ où m est la masse d'une particule, **v**, sa vitesse.

On peut alors écrire la 2ième loi de Newton sous la forme :

$$\mathbf{F} = m\,\frac{d\mathbf{p}}{dt}$$ où **F** est la force extérieure résultante, **p** est la quantité de mouvement totale.

Collision entre objets

- Calculer la réponse appropriée à cette collision (suite)

Principe de conservation de la quantité de mouvement :

Si la force extérieure résultante sur un système est nulle alors la quantité de mouvement totale est constante.

Si $\mathbf{F} = 0$ alors $\mathbf{p}$ = constante (équilibre de translation)

Ce principe **simple** est **général**; il est valable pour tous les types d'interaction et s'appliquent à des phénomènes divers (explosions, réactions nucléaires, propulsion d'une fusée, …)

Ce principe s'applique aussi, en première approximation, à des cas où $\mathbf{F} \neq 0$:

Dans toute collision de courte durée, on peut affirmer que

$$\mathbf{p}_{\text{juste avant la collision}} = \mathbf{p}_{\text{juste après la collision}}.$$

Détection d'une collision entre objets

Cas particulier : Polyèdres

Divers tests peuvent être utilisés pour déterminer si une condition de chevauchement existe entre les polyèdres.

Parallélépipède englobant l'objet :

Les parallélépipèdes englobants sont testés à la recherche de chevauchements.

S'il n'y a pas de chevauchements entre les parallélépipèdes, il ne peut pas y avoir de chevauchements des objets.

Autrement, il existe une éventualité de chevauchement. On doit opter pour des tests plus élaborés.

Sphère englobant l'objet :

Plans qui encadrent l'objet :

Détection d'une collision entre objets

Cas particulier : Polyèdres

Tester pour chaque paire d'objets A et B si l'un des sommets de A se trouve à l'intérieur de B et, inversement, si l'un des sommets de B se trouve à l'intérieur de A.

Polyèdres convexes : comparez le sommet à tester avec un point intérieur au polyèdre via les équations des plans des facettes.

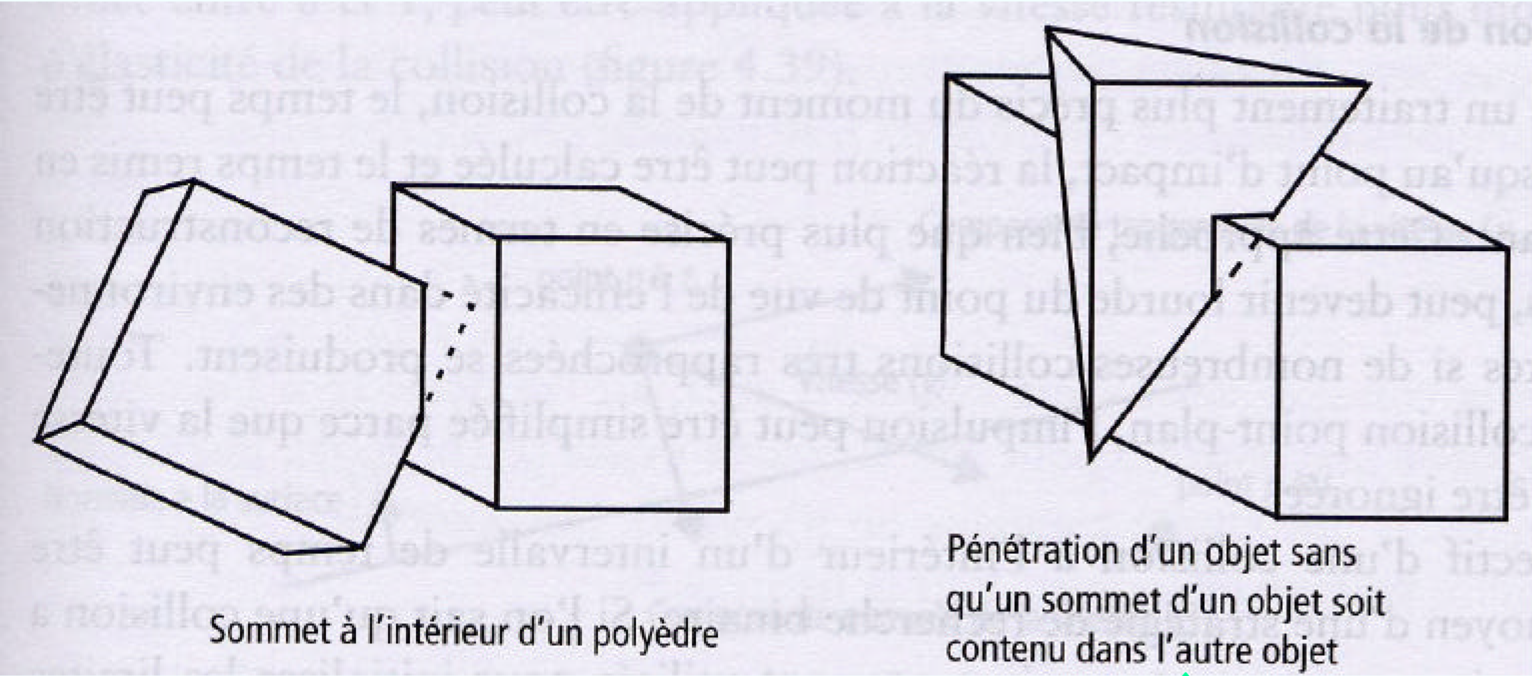
Polyèdres concaves : considérez une demi-droite issue du sommet à tester.

si le # d'intersections avec le polyèdre est paire
alors le sommet à tester est à l'extérieur du polyèdre
sinon le sommet à tester est à l'intérieur du polyèdre.

Attention : les cas particuliers
choisir une autre demi-droite et relancer le test.

Détection d’une collision entre objets

Cas particulier : Polyèdres



On peut passer à côté de certaines situations
si l’on se contente de ces tests.

Il faut considérer aussi les bordures et les facettes des objets.

Adapter des algorithmes de découpage selon une fenêtre et / ou
des algorithmes de décomposition.

Traitement du moment de la collision intervenue à l'intérieur d'un intervalle de temps entre 2 images

Deux options sont possibles :

1. On autorise la pénétration de l'objet avant que la réaction à la collision ne se produise.

Si l'élément se déplace rapidement, cette pénétration peut être importante sur le plan visuel.

Il s'agit de poursuivre du mieux possible à partir de cet instant en calculant une réaction appropriée à la situation courante.

Cette option est moins précise mais plus simple à mettre en oeuvre. Cela donne généralement des résultats acceptables.

Remarque :

Si plusieurs collisions se produisent dans un même intervalle de temps, elles sont considérées comme étant simultanées même si l'ordre de traitement peut produire des résultats différents.

Traitement du moment de la collision intervenue à l'intérieur d'un intervalle de temps entre 2 images

2. On remonte dans le temps jusqu'à l'instant de la première collision et on détermine la réponse appropriée au moment de la collision.

Remarque :

- Si plusieurs collisions se produisent dans un même intervalle de temps, alors on remonte le temps jusqu'à l'instant où s'est produit la première collision.

- Dans des environnements complexes dans lesquels les collisions se produisent à une cadence élevée, cela peut exiger d'énormes temps de calculs.

Calcul de l’instant effectif d’une collision à l’intérieur d’un intervalle de temps

Pour remonter le temps au point d’impact, on peut utiliser :

stratégie de recherche binaire

Si une collision a eu lieu dans l’intervalle (t_{i-1}, t_i),
un test est effectué à $t = ½ (t_{i-1} + t_i)$;
si le test indique que la collision n’a pas encore eu lieu,
alors la limite inférieure est remplacée par t
sinon la limite supérieure est remplacée par t;
répétez le test avec le nouvel intervalle jusqu’à atteindre une certaine tolérance.

largeur de l’intervalle ou distance de pénétration.

recours à une approximation vitesse constante et trajet linéaire

Un point est identifié avant (t_{i-1}) et après (t_i) collision.

Réponse aux collisions

Collision élastique

Un choc dans lequel l'énergie cinétique totale se conserve également.

Ex. : chocs entre billes d'acier.

Collision inélastique

Un choc dans lequel l'énergie cinétique totale varie.

Une partie de l'énergie cinétique peut être convertie en énergie thermique, lumineuse ou autre. L'énergie totale est toujours conservée*.

Collision parfaitement inélastique

Les 2 corps mis en jeu s'accouplent ou restent liés.

Collision superélastique

Un choc au cours duquel il y a augmentation de l'énergie cinétique totale. Ex. : une charge explosive libère de l'énergie emmagasinée.

* L'énergie peut changer de forme, mais elle ne peut jamais être créée ni détruite.

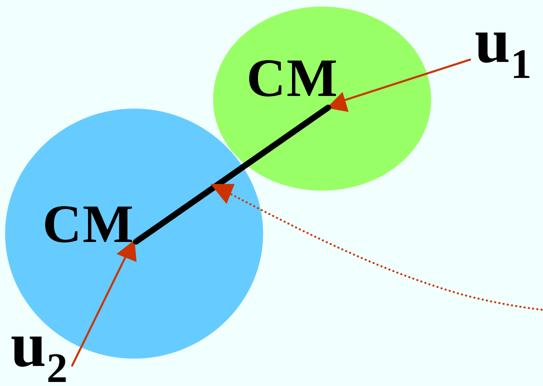
Réponse aux collisions

Définition : **Degré d'élasticité de 2 corps entrant en collision**

Nous savons que les objets réels changent souvent de forme lors de l'impact mais la déformation n'est pas permanente sans quoi une partie de l'énergie cinétique est perdue.

(relation empirique) $E = -(\underline{v}_2 - \underline{v}_1) / (\underline{u}_2 - \underline{u}_1)$ → $= 1$ élastique ; → $= 0$ inélastique

Note : les vitesses $\underline{u}_1$, $\underline{u}_2$, $\underline{v}_1$ et $\underline{v}_2$ sont les composantes des vitesses $\mathbf{u_1}$, $\mathbf{u_2}$, $\mathbf{v_1}$ et $\mathbf{v_2}$ des 2 corps parallèles à la ligne d'action reliant les 2 centres de masse lors de l'impact.



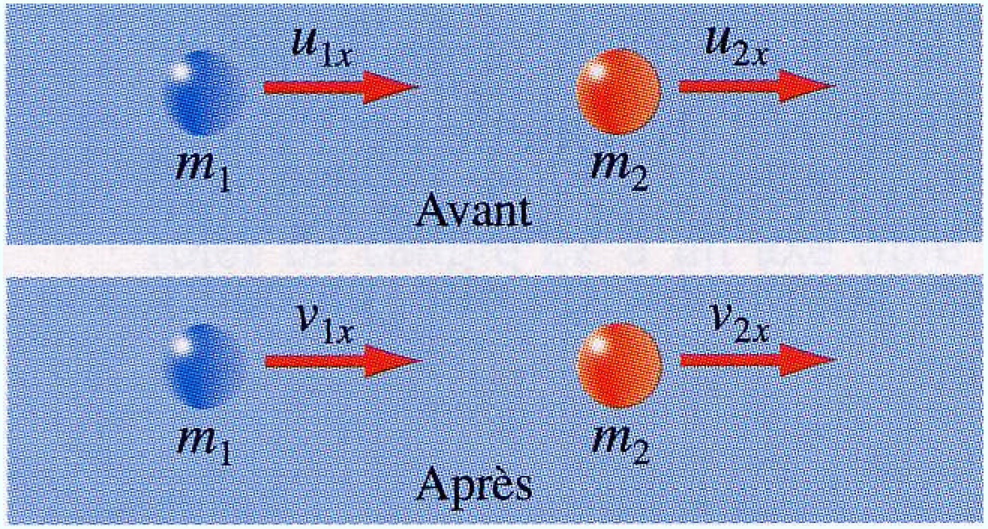
En pratique, les collisions se retrouvent souvent entre les cas limites: élastique et parfaitement inélastique. E est donc entre 0 et 1.

Réponse aux collisions

À moins d'avis contraire, les corps seront ici des particules ou des sphères homogènes (masses constantes sur tout le volume) de sorte que la ligne d'action passe par les 2 centres de masse.

1[er] cas: collision élastique à une dimension (collision élastique frontale)

Les vitesses sont parallèles à la ligne d'action.



Sur le dessin, on a tracé toutes les vitesses dans le sens positif ce qui n'est pas nécessairement le cas.

Pour qu'il y ait collision,

si $u_{1x} \geq 0$ alors $u_{1x} > u_{2x}$

sinon $u_{2x} < u_{1x}$.

Réponse aux collisions

1^er^ cas : collision élastique à une dimension

$$\begin{cases} m_1\, u_{1x} + m_2\, u_{2x} = m_1\, v_{1x} + m_2\, v_{2x} \\ m_1\, u_{1x}^2 + m_2\, u_{2x}^2 = m_1\, v_{1x}^2 + m_2\, v_{2x}^2 \end{cases}$$

$$v_{2x} - v_{1x} = -(u_{2x} - u_{1x}) \quad \Rightarrow \quad E = 1.$$

La vitesse relative des particules garde un module constant mais son sens est inversé.

$\therefore$ Connaissant m_1, m_2, u_{1x} et u_{2x}, on obtient :

$$v_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}\, u_{1x} + \frac{2\, m_2}{m_1 + m_2}\, u_{2x} \quad \text{et} \quad v_{2x} = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_2}\, u_{1x} + \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}\, u_{2x}$$

Réponse aux collisions

1^er^ cas : collision élastique à une dimension

- Cas particulier : $m_1 = m_2 = m$

$$v_{1x} = u_{2x} \qquad \text{et} \quad v_{2x} = u_{1x}$$

Si $u_{2x} = 0$ alors $v_{1x} = 0$ et $v_{2x} = u_{1x}$

On observe souvent ce phénomène au billard.

- Cas particulier : $u_{2x} = 0$

$$v_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} u_{1x} \qquad \text{et} \quad v_{2x} = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_2} u_{1x}$$

Qu'arrive-t-il lorsque $m_1 >> m_2$?

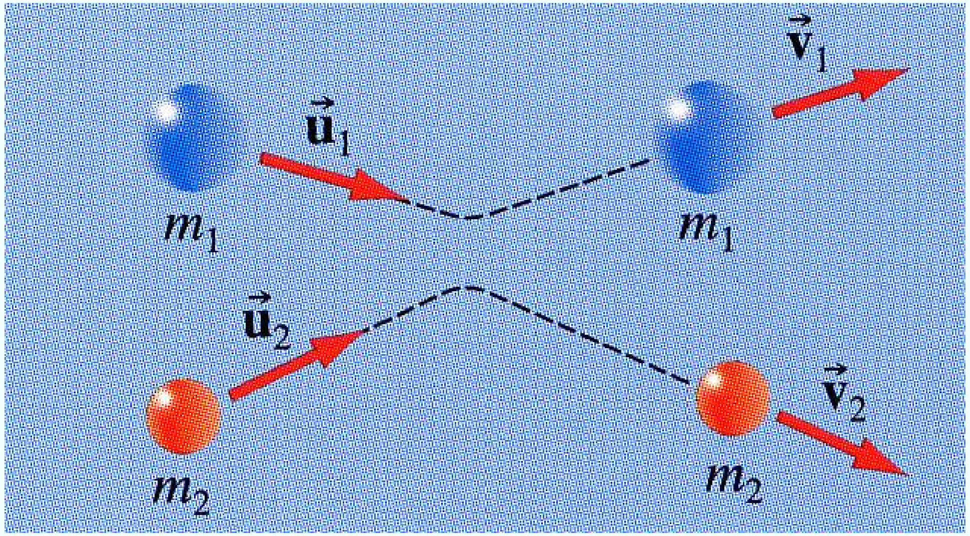
Choc d'un bâton de golf sur une balle de golf.

Qu'arrive-t-il lorsque $m_1 << m_2$?

Choc d'une balle de tennis de table sur une boule de quilles.

Réponse aux collisions

2ième cas : collision élastique à deux dimensions (non frontale)



Les vitesses ne sont || à la ligne d'action.

$$\begin{cases} m_1\, u_{1x} + m_2\, u_{2x} = m_1\, v_{1x} + m_2\, v_{2x} \\ m_1\, u_{1y} + m_2\, u_{2y} = m_1\, v_{1y} + m_2\, v_{2y} \\ m_1\, (u_{1x}^2 + u_{1y}^2) + m_2\, (u_{2x}^2 + u_{2y}^2) = m_1\, (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + m_2\, (v_{2x}^2 + v_{2y}^2) \end{cases}$$

3 équations et 4 inconnues : v_{1x}, v_{2x}, v_{1y}, et v_{2y}.

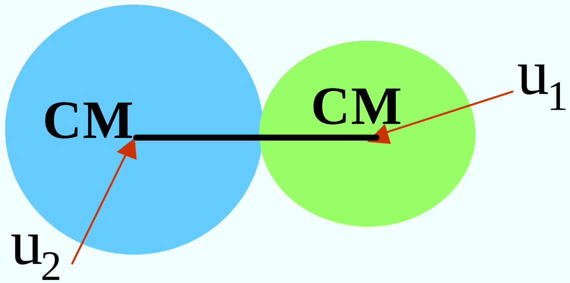
Collision élastique $\Rightarrow$ E = 1.

Réponse aux collisions

2ième cas : collision élastique à deux dimensions (non frontale)

Soit **d** un vecteur unitaire || à la ligne d'action,
alors $\quad E = 1 \Rightarrow \quad \mathbf{v_2 \cdot d - v_1 \cdot d = -(u_2 \cdot d - u_1 \cdot d)}$

Cas particulier : $\quad \mathbf{d} = (1, 0) \quad \Rightarrow \quad v_{2x} - v_{1x} = -(u_{2x} - u_{1x})$



De plus, si $m_1 = m_2$ alors $v_{2x} = u_{1x}$ et $v_{1x} = u_{2x}$.

3ième cas : collision inélastique à deux dimensions

On retrouve le même système d'équations où E est entre 0 et 1 et on pose C, la quantité d'énergie cinétique perdue :

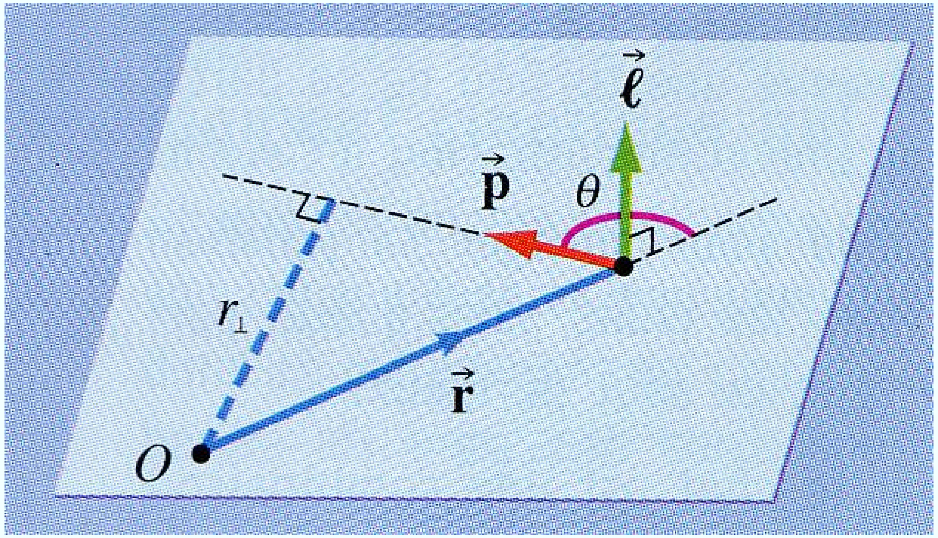
$$m_1(u_{1x}^2 + u_{1y}^2) + m_2(u_{2x}^2 + u_{2y}^2) = C + m_1(v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + m_2(v_{2x}^2 + v_{2y}^2)$$

Réponse aux collisions

Collision d’objets en rotation

- Jusqu’à maintenant, nous avons considéré la collision d’objets dotés de mouvements en translation seulement. Qu’en est-il des mouvements de rotation ?
- Pour déterminer les variables angulaires, nous allons étudier le moment cinétique, analogue en rotation de la quantité de mouvement en translation.
- Soit une particule de quantité de mouvement **p** et de position **r** p/r à un point d’origine O, alors le moment cinétique p/r à O est :

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$



Principe de conservation du moment cinétique :

Si le moment de force extérieur résultant sur un système est nul alors le moment cinétique totale est constant en module et direction.

Si $t = 0$ alors $\mathbf{L}$ = constante (équilibre de rotation)

Ce principe s'applique aussi à toute situation, quel que soit le système de particules ou de corps considéré et la nature des mouvements qu'on y observe.

Ce principe s'applique aussi, en première approximation, à des cas où $t \neq 0$:

Dans toute collision de courte durée, on peut affirmer que

$$\mathbf{L}_{\text{juste avant la collision}} = \mathbf{L}_{\text{juste après la collision}}.$$

Système de particules :

Moment cinétique total p/r à une origine $\equiv \mathbf{L} = \sum_{\mathbf{i}} \mathbf{r}_{\mathbf{i}} \times \mathbf{p}_{\mathbf{i}}$ =
somme des moments cinétiques p/r à cette origine.

Sachant que $\mathbf{p}_{\mathbf{i}} = m_i \mathbf{v}_{\mathbf{i}}$ et $\mathbf{v}_{\mathbf{i}} = w_{\mathbf{i}} \times \mathbf{r}_{\mathbf{i}}$, on obtient :

$$\mathbf{L} = \sum_{\mathbf{i}} m_i \mathbf{r}_{\mathbf{i}} \times (w_{\mathbf{i}} \times \mathbf{r}_{\mathbf{i}})$$

Énergie cinétique de rotation :

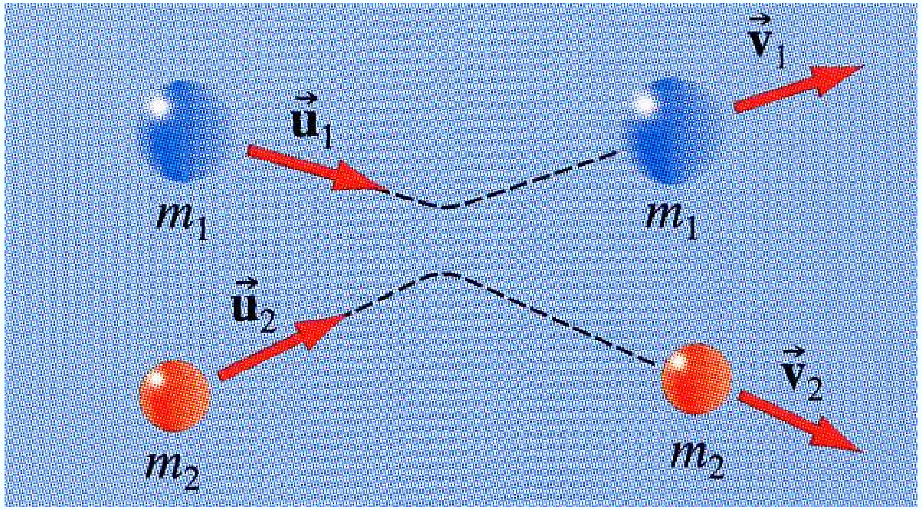
Si un corps est animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire w, son énergie cinétique de rotation est donnée par l'expression

$$K = \tfrac{1}{2} I \omega^2$$

où I est le moment d'inertie p/r à l'axe de rotation.

Si l'énergie cinétique de rotation est conservée lors de l'impact, on peut aussi se servir de ce fait pour fixer les variables angulaires.

4[ième] cas : collision élastique à deux dimensions
(mouvements de translation et de rotation)



translation

$$m_1\, u_{1x} + m_2\, u_{2x} = m_1\, v_{1x} + m_2\, v_{2x}$$

$$m_1\, u_{1y} + m_2\, u_{2y} = m_1\, v_{1y} + m_2\, v_{2y}$$

$$m_1\,({u_{1x}}^2 + {u_{1y}}^2) + m_2\,({u_{2x}}^2 + {u_{2y}}^2) = m_1\,({v_{1x}}^2 + {v_{1y}}^2) + m_2\,({v_{2x}}^2 + {v_{2y}}^2)$$

$E = 1$ (collision élastique)

Soient

w_{1i}, w_{2i} : les vitesses angulaires des objets 1 et 2 avant l'impact,

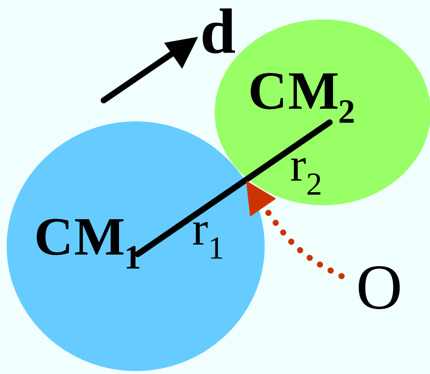
$\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_2}$ **:** la position du centre de masse des objets 1 et 2 p/r à un point de référence O,

il faut déterminer :

w_{1f}, w_{2f} **:** les vitesses angulaires des objets 1 et 2 après l'impact, Soit $\mathbf{d}$ un vecteur unitaire || à la ligne d'action du centre de masse de l'objet 1 à celui de l'objet 2,

O : point d'impact,

alors $\mathbf{r_1} = \mathbf{-}\, r_1\, \mathbf{d}$ et $\mathbf{r_2} = r_2\, \mathbf{d}$



On y arrive à l'aide des équations suivantes :

$$m_1\, \mathbf{r_1} \times (w_{\mathbf{1f}} \times \mathbf{r_1}) + m_2\, \mathbf{r_2} \times (w_{\mathbf{2f}} \times \mathbf{r_2}) = m_1\, \mathbf{r_1} \times (w_{\mathbf{1i}} \times \mathbf{r_1}) + m_2\, \mathbf{r_2} \times (w_{\mathbf{2i}} \times \mathbf{r_2})$$

équations de conservation d'énergie cinétique de rotation

relations empiriques

Réponse aux collisions

Qu’en est-il des situations suivantes ?

- des corps ayant des formes géométriques irrégulières,
- des corps non rigides,
- des corps non homogènes,
- des collisions inélastiques,
- des corps ayant des masses variables dans le temps,
- des collisions 3D,
- etc.

Application de contraintes aux objets

- L’un des problèmes de l’animation basée sur des principes physiques est d’obtenir de l’objet le comportement souhaité tout en le faisant réagir aux forces présentes dans l’environnement.
- Un moyen de résoudre ce problème consiste à placer des contraintes sur l’objet qui restreignent un sous-ensemble des degrés de liberté (ddl) de mouvement de l’objet.

  Les ddl restants sont soumis au système d’animation basé sur les principes physiques.

Exemples d’exigences appliquées à l’objet

- proximité de points,
- maintien d’une distance minimale entre objets,
- obligation pour un objet de présenter une certaine orientation dans l’espace.

Contraintes fortes et faibles

Contraintes fortes :

- Des contraintes appliquées très strictement.
- Satisfaire ces contraintes exige des approches numériques plus sophistiquées (méthodes d'optimisation).
  Souvent difficiles à résoudre.
- Les calculs sont effectués afin de rechercher un mouvement qui réagit aux forces du système tout en satisfaisant parallèlement toutes les contraintes.

Contraintes faibles :

- Des relations que le système doit chercher à satisfaire.
- Incorporées au système sous la forme de forces complémentaires qui ont une influence sur le mouvement final.

Application de contraintes aux objets

Des problèmes de taille :

- calcul d’une trajectoire de parcours permettant à un mobile d’éviter les obstacles de la scène,
- calcul d’une trajectoire de parcours permettant à un mobile de ne pas s’approcher de « trop près » des obstacles,
- calcul d’un plus court chemin,
- etc.